

Referieren Zahlen?

1. In Toth (2015) hatten wir Zahl, Anzahl und Nummer auf das folgende semiotische Inklusionsschema abgebildet

$$\begin{array}{lcl} \text{Zahl} & := & (M) \\ \downarrow & & \\ \text{Anzahl} & := & (M \rightarrow (M \rightarrow O)) \\ \downarrow & & \\ \text{Nummer} & := & (M \rightarrow ((M \rightarrow O) \rightarrow (M \rightarrow O \rightarrow I))). \end{array}$$

Danach sind also Anzahlen Zahlen mit Bezeichnungsfunktionen und Nummern Zahlen mit sowohl Bezeichnungs- als auch Bedeutungsfunktionen. Anders ausgedrückt: Während Zahlen bloße repertoirielle Mittelbezüge sind, enthalten Anzahlen als Zeichenanteil die Objektrelation des Zeichens, und Nummern enthalten als Zeichenanteil eine vollständige Zeichenrelation, also zuzüglich zur Objektrelation auch noch die Interpretantenrelation des Zeichens.

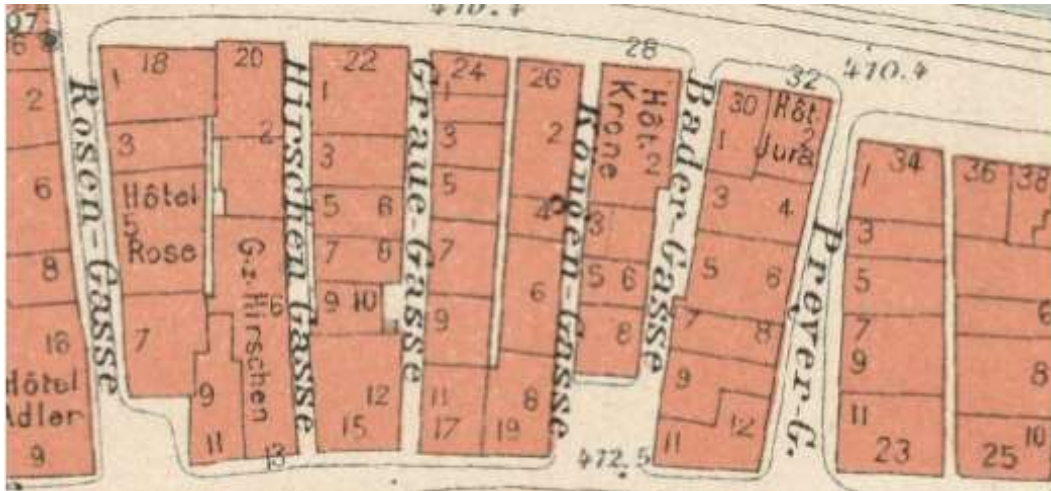
2. Die Erzeugung von Anzahlen aus Zahlen kann durch folgende Abbildung dargestellt werden

$$f: \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \dots \\ \Omega & \Omega & \Omega & \dots \end{pmatrix} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3, \dots)$$

wobei allerdings die Ordnung der Abbildungen von Zahlen auf Objekte arbiträr ist, besonders dann, wenn die letzteren sich nicht in einer vorgegebenen linearen Ordnung befinden. Im folgenden Bild können also die Objekte, wenigstens im Prinzip, von oben nach unten bzw. konvers, von links nach rechts bzw. konvers, oder auf noch andere Weise abgezählt werden. Zahlen sind vorgegeben, Anzahlen entstehen durch Abzählung von Objekten.



3. Besonders schwierig ist die formale Handhabung der Erzeugung von Nummern aus Zahlen, denn diese haben eine Anzahl von Eigenschaften, die wir in einer langen Reihe von Einzeluntersuchungen dargestellt haben, die in Toth (2017) zusammengefaßt sind. Am wesentlichsten ist, daß sowohl Anzahlen als auch Zahlen i.a. der Peano-folge folgen, d.h. man zählt Objekte ab, so wie man Zahlen aufzählt, also im obigen Bild 1 Apfel, 2, 3, ..., n Äpfel. Werden indessen etwa Häuser an Straßen numeriert, so ist bereits das Anfangselement des Zahlenanteils der Nummern offen, d.h. nicht jedes erste Haus einer Straße muß die Nummer 1 tragen. Ferner kann die Peano-folge lückenhaft sein, etwa dann, wenn ein Haus abgebrochen wurde, oder sie kann überbelegt sein, dann, wenn ein Anbau eine eigene Nummer bekommt oder die Häuser nicht nur von links nach rechts, sondern auch von vorn nach hinten, oder wenn sie, wie in einigen Städten üblich, links und rechts der Straße gesondert gezählt werden. Außerdem kann ein und dasselbe Haus mehr als eine Nummer tragen; vgl. etwa den folgenden Ausschnitt aus dem Katasterplan der Züricher Altstadt von 1900. So trägt z.B. das Haus am Ende der Kögengasse die Nummern 8 und 19, oder am Ende der Rosengasse die Nummern 9 und 11, da sie nach verschiedenen Straßen als Referenzsystemen numeriert sind. Der Grund für diese und weitere Eigenheiten von Nummern liegt in der Interferenz ihres arithmetischen und ihres semiotischen Anteils, d.h. ihres Zahlen- und ihres Zeichenanteils.



4. Die interessanteste Frage ist nun aber die: Wie steht es mit den Zahlen selbst, die ja gemäß einleitendem Schema nur über einen Mittelbezug verfügen? Hier ist auf jeden Fall keine semiotische Referenz möglich, da es sich ja um eine monadische Relation handelt. Nun hatten wir aber kürzlich in Toth (2019) gezeigt, daß Referenz eine Eigenschaft ist, die primär unabhängig von Zeichen ist und daher auch bei Objekten auftreten kann.

Bei Peanozahlen referiert tatsächlich jede Zahl, wobei jede Peanozahl $P \neq 0$ 2-seitig objektabhängig vermöge des Nachfolge- und Vorgängeroperators ist. Das Anfangselement 0 dagegen ist nur 1-seitig objektabhängig, d.h. es gilt

$$R(0) = 1$$

$$R(i) = ((i-1), (i+1)).$$

Wie man leicht zeigt, gilt dies nun für jede Zahlenfolge. Als Beispiel diene noch die Fibonacci-Folge

$$F = (0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots),$$

diese wird also durch

$$F(n) = F(n-1) + F(n-2) \text{ mit } F(0) = 0 \text{ und } F(1) = 1$$

gebildet. Ferner referiert jede Zahl, die berechenbar ist, also etwa auch die Zahlen nach der Kommastelle der transzendentalen Zahl π . Keine Referenz

besitzt einzig eine sehr begrenzte Klasse von Zahlenfolgen, etwa die in Toth (2009a, b) eingeführten Stein-Folgen.

Literatur

Toth, Alfred, Matching conditions of subsigns in Stein sequences. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Sign relations from Stein number sequences. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Arithmetische und objektale Referenz von Nummern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015

Toth, Alfred, Nummerntheorie. Tucson, AZ, 2019

Toth, Alfred, Typologie ontischer Referenz 1-10. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2019

25.6.2019